



معاونت دانش

این قسمت محل سرنویس است و نباید در آن چیزی نوشته شود

۱- فرض کنید S مجموعه‌ای n عضوی است. می‌خواهیم مجموعه‌ی همه‌ی زیرمجموعه‌های S را به m دسته‌ی افزایش‌کننده‌ی n تقسیم کنیم. هرگاه A, B و $A \cup B$ در یک دسته باشند آن‌گاه $A = B$. حداقل مقدار m را بیابید. (منظور از افزایش‌کننده به تعدادی دسته این است که هر عضو مجموعه در دقیقاً یک دسته قرار داشته باشد).



این قسمت محل زیرنویس است و نباید در آن چیزی نوشته شود



این قسمت محل سرنویس است و نباید در آن چیزی نوشته شود

معاونت دانش

۲- اعداد حقیقی و مثبت x ، y و z با شرط $x + y + z = ۱۳۹۹$ مفروض اند. بیشترین مقدار عبارت

$$[x]y + [y]z + [z]x$$

چه قدر است؟ (منظور از $[x]$ بزرگترین عدد صحیحی است که از x بزرگتر نیست).





معاونت دانش

این قسمت محل سرنویس است و نباید در آن چیزی نوشته شود

۳- دایره ω_1 به مرکز O_1 مفروض است. دایره ω_2 به مرکز O_2 از نقطه O_1 می‌گذرد و ω_1 را در نقاط A و B قطع می‌کند. خطی که از A می‌گذرد و بر ω_1 مماس است را l می‌نامیم. دایره‌ای که از O_1 و O_2 می‌گذرد و مرکز آن روی l قرار دارد، ω_2 را برای بار دوم در P قطع می‌کند. ثابت کنید قرینه P نسبت به l روی ω_1 قرار دارد.



این قسمت محل زیرنویس است و نباید در آن چیزی نوشته شود



معاونت دانش

این قسمت محل سرنویس است و نباید در آن چیزی نوشته شود

۴- دو دایره ω_1 و ω_2 در نقاط A و B تقاطع دارند. نقطه X روی ω_1 و نقطه Y روی ω_2 قرار دارند به طوری که XY بر دو دایره مماس است و خط XY به B نزدیک تر از A است. قرینه B نسبت به X و Y را به ترتیب C و D می نامیم. ثابت کنید $\angle CAD < 90^\circ$



این قسمت محل زیرنویس است و نباید در آن چیزی نوشته شود



معاونت دانش

این قسمت محل سرنویس است و نباید در آن چیزی نوشته شود

۵- دوتایی (a, b) از اعداد طبیعی را مربع‌ساز گوئیم هرگاه $ab + 1$ مربع کامل باشد. تمام n های طبیعی را بیابید که مجموعه $\{1, 2, \dots, 2n\}$ را بتوان به دوتایی‌های مربع‌ساز افراز کرد.

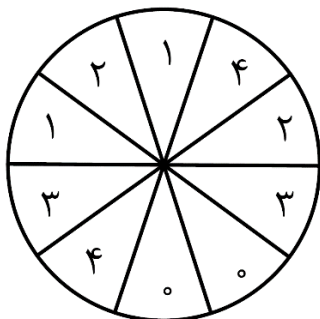


این قسمت محل زیرنویس است و نباید در آن چیزی نوشته شود



این قسمت محل سرنویس است و نباید در آن چیزی نوشته شود

۶- دایره‌ای را به $2n$ قطاع مساوی تقسیم کرده‌ایم. می‌خواهیم روی هر یک از آن‌ها یکی از اعداد $0, 1, \dots, n-1$ را بنویسیم به طوری که



۱. هر عدد دقیقاً دو بار استفاده شود.

۲. برای هر عدد طبیعی i که $0 \leq i \leq n-1$ ، بین هر دو قطاع با شماره i ،

از یک طرف، دقیقاً i قطاع دیگر وجود داشته باشد.

در شکل روبه‌رو این کار برای $n = 5$ انجام شده است.

ثابت کنید برای $n = 1399$ این کار امکان‌پذیر نیست.

باشگاه طلایی‌ها

