



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت آموزش و پرورش



مبارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست و جو و کشف واقعیت هاست. «لام خیمین (ره)»

اینجانب ..... (شرکت کننده) این دفترچه را به صورت کامل (۴ برگه با احتساب جلد) دریافت نمودم امضاء

اینجانب ..... (منشی حوزه) تعداد ..... برگه (با احتساب جلد) دریافت نمودم امضاء

## دفترچه سوالات سی و سومین دوره المپیاد کامپیوتر - روز اول

تاریخ: ۱۴۰۲/۰۲/۱۲

تعداد سوالات	ساعت شروع	مدت آزمون (دقیقه)
۲۰	۸:۰۰	۲۱۰



### تایید کمیته علمی

شماره پرونده: .

کد ملی: .

نام پدر: ----

نام مدرسه: ----



حوزه: ----

استان: ----

منطقه: ----

پایه تحصیلی: ----

شماره سندلی

.....

کد دفترچه

-

### توضیحات مهم

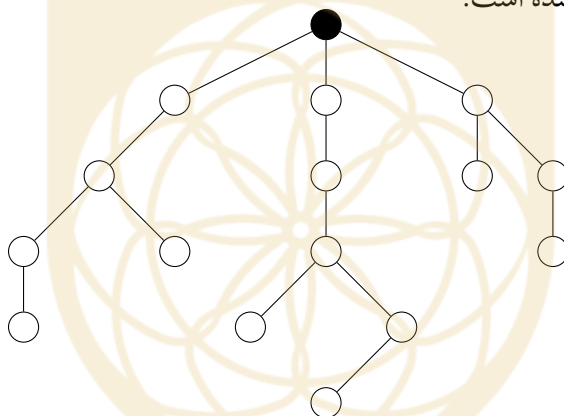
استفاده از ماشین حساب ممنوع است

- بلافاصله پس از آغاز آزمون تعداد سوالات داخل دفترچه را بررسی نمایید و از وجود همه برگه های دفترچه سوال مطمئن شوید. در صورت وجود هر گونه نقصی، در اسرع وقت مسئول جلسه را مطلع کنید.
- یک برگ پاسخ برگ در اختیار شما قرار گرفته که مشخصات شما روی آن نوشته شده است. در صورت نادرست بودن آن، در اسرع وقت مسئول جلسه را مطلع کنید.
- کلیه جواب ها باید در پاسخ برگ وارد شود. پاسخ های نوشته شده در دفترچه سوال تصحیح نشده و به آن ها هیچ امتیازی تعلق نخواهد گرفت.
- پاسخ برگ شما را دستگاه تصحیح می کند. پس آن را تا نکتید و تمیز نگه دارید و پاسخ هر سوال را با مداد مشکی نرم در محل خانه مربوطه کاملاً سیاه کنید.
- نام و نام خانوادگی خود را روی کلیه صفحات دفترچه سوال و پاسخ برگ بنویسید.
- همراه داشتن هرگونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی نظیر تلفن همراه، ساعت هوشمند، دستبند هوشمند و لپ‌تاب ممنوع است همراه داشتن این قبیل وسایل حتی اگر از آن استفاده نکنید یا خاموش باشد تقلب محسوب خواهد شد.
- پاسخ درست به هر سوال ۴ نمره مثبت و پاسخ نادرست یک نمره منفی دارد.
- ترتیب گزینه ها به صورت تصادفی است. سوالات ۱۳ تا ۲۰ در دسته های چند سوالی آمده اند و توضیح هر دسته پیش از آن آمده است.
- شرکت کنندگان در دوره تابستانی از بین دانش آموزان پایه دهم و یازدهم انتخاب می شوند.
- دفترچه سوال باید به همراه پاسخ نامه به مسئول مربوطه تحویل شود.

## مرحله‌ی دوم سی و سومین المپیاد کامپیوتر کشور- آزمون چندگزینه‌ای

- زمان آزمون ۲۱۰ دقیقه است.
- آزمون ۲۰ سوال دارد.
- پاسخ درست به هر سوال ۴ نمره‌ی مثبت و پاسخ نادرست به هر سوال ۱ نمره‌ی منفی دارد.
- ترتیب گزینه‌ها به طور تصادفی است.
- سوالات ۱۳ تا ۲۰ در دسته‌های چند سوالی آمده‌اند و قبل از هر دسته توضیحی ارائه شده است.

۱ امید مدت‌ها پیش در شهر زادگاهش یک مغازه‌ی ساندویچی باز کرده بود و حالا پس از گذشت سال‌ها تصمیم گرفته است تا کسب و کار خود را گسترش دهد. با توجه به محدودیت‌های مالی و استراتژیک، او در هر سال می‌تواند به ازای هر شعبه‌ی ساندویچی خود، در یکی از شهرهای همسایه‌ی آن شعبه، یک شعبه‌ی جدید باز کند (دقت کنید که امید به ازای هر شعبه در هر سال، می‌تواند یک شعبه‌ی جدید باز کند، بنابراین ممکن است در یک سال، بیش از ۱ شعبه‌ی جدید در کشور باز شود). اگر امید بهترین استراتژی را برای باز کردن شعبه‌های ساندویچی خود انتخاب کند، حداقل چند سال زمان نیاز دارد تا در تمامی شهرهای کشورش حداقل یک ساندویچی داشته باشد؟ نقشه‌ی کشور امید در شکل زیر کشیده شده است. در این نقشه، هر شهر با یک دایره نمایش داده شده و شهرهای همسایه با یک خط به هم دیگر وصل شده‌اند. هم‌چنین شهر زادگاه امید که اولین شعبه‌ی ساندویچی در آن قرار دارد، در شکل رنگ شده است.



۳ (۵)

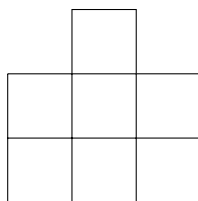
۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۲ هدا ترجیح می‌دهد به جای این که در سفره‌ی هفت‌سین ماهی واقعی بگذارد، یک ماهی را نقاشی کند و از نقاشی‌اش استفاده کند. او یک جدول  $6 \times 6$  دارد که در ابتدا، تمام خانه‌های آن سفید هستند. هدا می‌خواهد ۶ خانه از آن را به شکل زیر (یا دورانی از آن) قرمز کند تا یک ماهی تشکیل شود، اما برادر کوچک‌ترش می‌خواهد تعدادی از خانه‌های جدول را سیاه کند تا هدا نتواند این کار را انجام دهد. برادرش حداقل چند خانه را باید سیاه کند تا هدا نتواند روی خانه‌های سفید جدول ماهی بکشد؟



۴ (۵)

۵ (۴)

۶ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

## مرحله‌ی دوم سی و سومین المپیاد کامپیوتر کشور- آزمون چندگزینه‌ای

۳ جعفر و سلاله در حال بازی روی یک دنباله به طول  $N$  هستند که همه‌ی اعضایش در ابتدا ۰ می‌باشند. جعفر بازی را شروع می‌کند و بعد از هر نفر، نوبت به شخص دیگر می‌رسد. جعفر در نوبتش یک عضو از دنباله را که ۰ است، انتخاب کرده و آن را به ۱ تغییر می‌دهد. به طور مشابه، سلاله هم در نوبت خود یک عضو از دنباله را که ۰ است، انتخاب می‌کند و آن را به ۲ تغییر می‌دهد. بازی زمانی پایان می‌یابد که هیچ ۰ ای در دنباله باقی نمانده باشد. در این زمان، امتیاز جعفر برابر با تعداد جفت ۱ های مجاور در دنباله، و امتیاز سلاله هم برابر با تعداد جفت ۲ های مجاور در دنباله است. مثلاً اگر در پایان بازی، دنباله به شکل زیر در آمده باشد، امتیاز هر دو نفر برابر ۲ می‌شود.

$$\langle 1, 1, 1, 2, 2, 1, 2, 2, 1 \rangle$$

در صورتی که امتیاز دو نفر برابر باشد، بازی مساوی می‌شود و در غیر این صورت، برنده کسی است که امتیاز بالاتری به دست آورده باشد. هدف هر فرد در بازی این است که برنده شود، و اگر برنده شدن ممکن نبود، حداقل در صورت امکان، بازی را به تساوی بکشاند. اگر هر دو نفر بهینه بازی کنند، نتیجه‌ی بازی برای  $N = 8$  و  $N = 9$  به ترتیب (از راست به چپ) چه خواهد بود؟

(۱) برد سلاله، برد سلاله (۲) برد جعفر، برد سلاله (۳) برد سلاله، برد جعفر (۴) مساوی، برد جعفر (۵) مساوی، برد سلاله

۴ ۶ سکه با ظاهر یکسان ولی وزن‌های متفاوت داریم. می‌خواهیم این سکه‌ها را براساس وزنشان مرتب کنیم. برای این کار یک ترازوی دو کفه‌ای داریم که می‌توانیم روی هر کفه‌اش یک سکه بگذاریم. این ترازو در هر بار استفاده، سکه‌ی سنگین‌تر را مشخص می‌کند. ما در ابتدا، ۹ جفت سکه‌ی متفاوت را انتخاب می‌کنیم و سپس آن جفت‌ها را با ترازو مقایسه، و نتایج را مشاهده می‌کنیم. در چند حالت از انتخاب این ۹ جفت، بعد از دیدن نتایج، می‌توانیم سکه‌ها را با اطمینان کامل براساس وزنشان مرتب کنیم؟ دو حالت از انتخاب جفت‌های سکه را متفاوت می‌گوییم اگر دو سکه وجود داشته باشند که در یک حالت، با هم جفت شده، و در حالت دیگر، با هم جفت نشده باشند.

(۱) ۲۱۰ (۲) ۳۴۰ (۳) ۳۲۰ (۴) ۱۲۰ (۵) ۴۵۰

۵ یک زمین بسکتبال به شکل زیر داریم. مایکل بسکتبالیست معروف در ابتدا در خانه‌ی شماره‌ی ۱ قرار دارد. او می‌خواهد توپی را که در اختیارش است، به سمت حلقه‌ای که در سمت راست زمین قرار دارد، پرتاب کند. در هر مرحله، او می‌تواند یا یک خانه به سمت راست (در صورت وجود) حرکت کند، یا توپ را پرتاب کند. به علت افزایش مدافعان تیم حریف در نزدیکی حلقه، اگر از خانه‌ی  $i$  به خانه‌ی  $i + 1$  برود، به احتمال  $\frac{1}{15-i}$  ممکن است توپ را از دست بدهد. هم‌چنین اگر از خانه‌ی  $i$  اقدام به پرتاب کند، توپ او با احتمال  $\frac{i}{15}$  گل می‌شود. اگر مایکل به شکلی عمل کند که احتمال گل کردن توپش بیشینه باشد، توپ او با چه احتمالی گل می‌شود؟

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----

(۱)  $\frac{23}{60}$  (۲)  $\frac{1}{15}$  (۳)  $\frac{7}{30}$  (۴)  $\frac{4}{15}$  (۵)  $\frac{1}{6}$

## مرحله‌ی دوم سی و سومین المپیاد کامپیوتر کشور- آزمون چندگزینه‌ای

۶ سطل آب داریم که در یک ردیف با شماره‌های یک تا شش قرار دارند. در ابتدا، سطل اول ۱ لیتر آب دارد و باقی سطل‌ها هیچ آبی ندارند. در هر حرکت، می‌توانیم یک سطل را انتخاب کنیم و نصف آبی را که داخلش است، در سطل بعدی بریزیم. به عنوان مثال، اگر سطل سوم ۵/۵ لیتر، و سطل چهارم ۱/۸ لیتر آب داشته باشد، با انتخاب سطل سوم، مقدار آب درون سطل سوم به ۲/۵ لیتر کاهش پیدا می‌کند و آب درون سطل چهارم به ۳/۵ لیتر افزایش پیدا می‌کند. با انجام ۱۰ حرکت، حداکثر چه مقدار آب را می‌توان به سطل آخر رساند؟

- (۱)  $\frac{243}{1024}$  (۲)  $\frac{567}{1024}$  (۳)  $\frac{87}{1024}$  (۴)  $\frac{63}{1024}$  (۵)  $\frac{23}{1024}$

۷ نگار یک بازی با دنباله‌ها اختراع کرده است. او در این بازی، ابتدا یک دنباله از اعداد صحیح را روی کاغذ می‌نویسد. سپس در هر مرحله، دو عدد مجاور از دنباله را به صورت دل‌خواه انتخاب می‌کند و از هر دوی آن‌ها یک واحد کم می‌کند. اگر در انتها، تمام اعداد دنباله صفر شده باشند، او خوش‌حال می‌شود. چند دنباله به طول ۵ از اعداد ۰ و ۱ و ۲ وجود دارند که با شروع از آن‌ها، نگار می‌تواند طوری بازی کند که در انتها خوش‌حال شود؟

- (۱) ۳۱ (۲) ۲۰ (۳) ۳۲ (۴) ۲۴ (۵) ۲۳

۸ یک جام حذفی با ۸ تیم با شماره‌های ۱ تا ۸ برگزار می‌شود. در هر مرحله، تیم‌ها به دسته‌های دوتایی افزایش می‌شوند و با هم بازی می‌کنند. بازنده حذف می‌شود و برنده به مرحله‌ی بعد صعود می‌کند. یک تیم تنها در صورتی شانس برد در یک بازی را دارد که شماره‌اش حداقل نصف شماره‌ی حریفش باشد. برای مثال، تیم شماره‌ی ۳ می‌تواند تیم‌های ۱ تا ۶ را برد، اما در مقابل تیم شماره‌ی ۷ شانس برد ندارد. در چند روایت از برگزاری جام، تیم شماره‌ی ۲ می‌تواند قهرمان شود؟ دو روایت متفاوت‌اند اگر حداقل در یک مرحله تیم‌ها را به دو صورت متفاوت افزایش کرده باشند و یا برنده‌ی حداقل یکی از بازی‌های بین دو تیم در این دو روایت متفاوت باشد.

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۲۰ (۵) ۴

۹ برنامه‌ی زیر را که دارای سه متغیر  $a$ ،  $b$  و  $c$  است، در نظر بگیرید:

۱. متغیرهای  $a$ ،  $b$  و  $c$  را برابر ۰ قرار بده.
۲. اگر  $c = 10$  بود، به برنامه پایان بده.
۳. یک سکه بینداز و اگر شیر آمد، به خط ۵ برو.
۴. مقدار  $b$  را برابر با  $1 - b$  قرار بده.
۵. مقدار  $a$  را برابر با باقی‌مانده‌ی تقسیم  $(a + 1)$  بر ۴ قرار بده.
۶.  $c$  را برابر با  $1 + c$  قرار بده.
۷. به خط ۲ برو.

فرض کنید سکه‌ی استفاده شده در مرحله‌ی ۳، سکه‌ای سالم است و احتمال شیر و خط آمدن آن با هم برابر است. چه قدر احتمال دارد که در طول اجرای برنامه، حداقل در یک لحظه، به طور هم‌زمان  $a = 2$  و  $b = 0$  شود؟

- (۱)  $\frac{1}{32}$  (۲)  $\frac{15}{16}$  (۳)  $\frac{31}{32}$  (۴)  $\frac{127}{128}$  (۵)  $\frac{63}{64}$

## مرحله‌ی دوم سی و سومین المپیاد کامپیوتر کشور- آزمون چندگزینه‌ای

۱۰ به یک زیررشته (متوالی) از یک رشته‌ی دودویی بد می‌گوییم اگر تعداد صفرهای آن با تعداد یک‌هایش برابر باشد. چند رشته‌ی دودویی به طول ۲۰ وجود دارد که هیچ زیررشته‌ی بد به طول حداقل ۴ نداشته باشد؟

- ۹۰۷ (۱)      ۳۶۲۸ (۲)      ۱۸۱۴ (۳)      ۲۷۲۱ (۴)      ۱۰۲۴ (۵)

۱۱ در رستوران سرزمین عجایب، صرفاً یک میز گرد با  $N$  صندلی وجود دارد و فقط به زوج‌ها سرویس داده می‌شود. آرتین و سارا، دو گارسون در این رستوران هستند. آرتین و سارا به صورت یکی در میان و با شروع از آرتین، به زوج‌هایی که از راه می‌رسند کمک می‌کنند تا جایی برای نشستن پیدا کنند. هر زوج باید کنار یکدیگر بنشینند و نمی‌توان این دو نفر را روی صندلی‌های غیرمجاور نشانند. هم‌چنین، یک خانم و آقا تنها در صورتی می‌توانند کنار هم بنشینند که زوج باشند. هنگام نشانیدن یک زوج، آرتین همیشه آقا را سمت راست خانم می‌نشانند، و سارا همیشه آقا را سمت چپ خانم می‌نشانند. اولین کسی که نتواند جایی برای نشانیدن یک زوج پیدا کند، توسط صاحب رستوران جریمه می‌شود. به ازای چند مورد از اعضای مجموعه‌ی  $\{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰\}$  به‌عنوان  $N$ ، آرتین می‌تواند طوری زوج‌ها را سر میز بنشانند که مستقل از نحوه‌ی نشانیدن زوج‌ها توسط سارا، هیچ‌گاه جریمه نشود؟

- ۴ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۱ (۴)      ۳ (۵)

۱۲ نیکو و امیرمحمد روی جایگشت  $\langle ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶ \rangle$  بازی می‌کنند. نیکو بازی را شروع می‌کند و بعد از هر نفر، نوبت به شخص دیگر می‌رسد. هر کسی در نوبتش جایگشت را از  $\langle p_۱, p_۲, p_۳, p_۴, p_۵, p_۶ \rangle$  به یکی از دو جایگشت  $A = \langle a_۱, a_۲, a_۳, a_۴, a_۵, a_۶ \rangle$  یا  $B = \langle b_۱, b_۲, b_۳, b_۴, b_۵, b_۶ \rangle$  تبدیل می‌کند که  $\langle p_۱, p_۲, p_۳, p_۴, p_۵, p_۶ \rangle$  تبدیل می‌کند که  $A = \langle a_۱, a_۲, a_۳, a_۴, a_۵, a_۶ \rangle$  و  $B = \langle b_۱, b_۲, b_۳, b_۴, b_۵, b_۶ \rangle$  در ادامه مشخص می‌شوند. هر کسی که جایگشت تکراری بسازد، بازی را می‌بازد. به ازای کدام حالت‌های زیر برای  $A$  و  $B$ ، نیکو همواره می‌تواند طوری بازی کند که مستقل از حرکات امیرمحمد، برنده‌ی بازی باشد؟

۱.  $A = \langle ۵, ۶, ۱, ۲, ۳, ۴ \rangle$  و  $B = \langle ۳, ۴, ۵, ۶, ۱, ۲ \rangle$

۲.  $A = \langle ۲, ۵, ۶, ۱, ۳, ۴ \rangle$  و  $B = \langle ۴, ۱, ۵, ۶, ۲, ۳ \rangle$

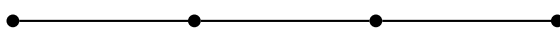
۳.  $A = \langle ۶, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ \rangle$  و  $B = \langle ۵, ۶, ۱, ۲, ۳, ۴ \rangle$

- حالت ۱ (۳)      حالت ۲ (۲)      حالت‌های ۲ و ۳ (۳)      حالت ۴ (۴)      هیچ‌کدام (۵)

منظور از عددگذاری یک گراف، نوشتن یک عدد صحیح روی هر رأس آن است. عددگذاری یک گراف را زیبا می‌گوییم اگر برای هر رأس  $v$ ، عدد روی آن برابر با تعداد همسایه‌هایی از  $v$  باشد که عددشان از عدد روی  $v$  کمتر است.

با توجه به توضیحات بالا به ۲ سوال زیر پاسخ دهید

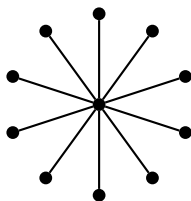
۱۳ برای گراف زیر که یک مسیر ۴ رأسی است، چند عددگذاری زیبا وجود دارد؟



- ۱۷ (۱)      ۹ (۲)      ۱۰ (۳)      ۱۶ (۴)      ۱۱ (۵)

مرحله‌ی دوم سی و سومین المپیاد کامپیوتر کشور- آزمون چندگزینه‌ای

۱۴ برای گراف زیر که یک ستاره‌ی ۱۱ رأسی است، چند عددگذاری زیبا وجود دارد؟



۲۰۴۸ (۵)

۲ (۴)

۳ (۳)

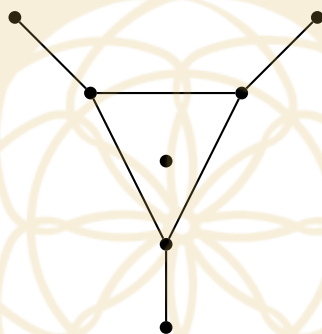
۱۰۲۵ (۲)

۱۰۲۴ (۱)

می‌خواهیم اعداد ۱ تا  $n$  را روی رأس‌های یک گراف  $n$  رأسی بنویسیم به طوری که هر عدد دقیقاً یک بار نوشته شده باشد و اختلاف عددهای روی دو سرِ هر یال حداکثر ۲ باشد.

با توجه به توضیحات بالا به ۲ سوال زیر پاسخ دهید

۱۵ در گراف زیر، چند روش برای انجام کار خواسته شده وجود دارد؟



۱۸ (۵)

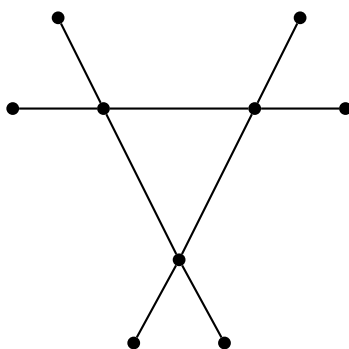
۶۰ (۴)

۱۲ (۳)

۳۶ (۲)

۲۴ (۱)

۱۶ در این سوال ما اجازه داریم اعداد را به شکلی بگذاریم که شرط گفته شده درباره‌ی حداکثر یکی از یال‌ها برقرار نباشد؛ یعنی اختلاف عددهای دو سر یک یال می‌تواند از ۲ بیشتر شود. حال با توجه به شرایط جدید، چند روش برای انجام کار گفته شده در گراف زیر وجود دارد؟



۴۸ (۵)

۰ (۴)

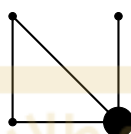
۲۴ (۳)

۳۲ (۲)

۶۴ (۱)

## مرحله‌ی دوم سی و سومین المپیاد کامپیوتر کشور- آزمون چندگزینه‌ای

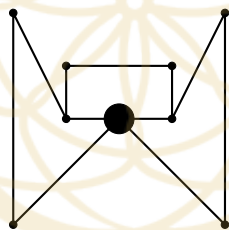
بیژن یک جهانگرد با سابقه است که برای گشت و گذار در کشورها روش مخصوصی دارد. او همیشه سفرش در یک کشور را از پایتخت آن شروع می‌کند و در انتهای سفر نیز به پایتخت بازمی‌گردد. او دوست دارد علاوه بر سر زدن به همه‌ی شهرهای یک کشور، از همه‌ی جاده‌های آن نیز حداقل یک بار عبور کند. بیژن از آن‌جا که بودجه‌ی محدودی دارد و چند بار عبور کردن از یک جاده برای او جذابیتی ندارد، می‌خواهد تعداد جاده‌هایی که از آن‌ها بیش از یک بار عبور می‌کند کمینه شود. هر کشور از تعدادی شهر و جاده تشکیل شده است. هر جاده دو شهر را به هم متصل می‌کند و دوطرفه است. در نقشه‌ی یک کشور، شهرها به صورت دایره‌های کوچک نمایش داده می‌شوند و شهر پایتخت دایره‌ی بزرگ‌تری دارد. برای مثال، شکل زیر نقشه‌ی یک کشور است که بیژن برای گشتن در آن، باید از حداقل یک جاده دو بار عبور کند.



با توجه به توضیحات بالا به ۲ سوال زیر پاسخ دهید

بیژن می‌خواهد در اولین سفر امسالش به کشوری برود که نقشه‌اش به شکل زیر است. اگر او بخواهد با روش مخصوص خودش کل کشور را بگردد، از حداقل چند جاده باید بیش از یک بار عبور کند؟

۱۷



۳(۵)

۱(۴)

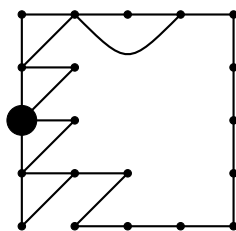
۵(۳)

۲(۲)

۴(۱)

بیژن در سفر دومش به کشوری می‌رود که نقشه‌اش به شکل زیر است. اگر او بخواهد این کشور را هم با روش مخصوص خودش بگردد، از حداقل چند جاده باید بیش از یک بار عبور کند؟

۱۸



۴(۵)

۳(۴)

۵(۳)

۷(۲)

۱۰(۱)

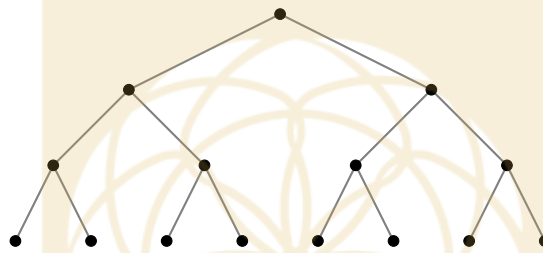


## مرحله‌ی دوم سی و سومین المپیاد کامپیوتر کشور- آزمون چندگزینه‌ای

آرین و پارمیس در حال انجام یک بازی روی یک گراف هستند و می‌خواهند رأس‌های آن را رنگ‌آمیزی کنند. در ابتدای بازی، رأس‌های گراف، قرمز، آبی، یا بدون رنگ هستند. بازی را آرین شروع می‌کند و بعد از هر نفر، نوبت به شخص دیگر می‌رسد. آرین در هر نوبتش، یک رأس بدون رنگ را که حداقل یک همسایه‌ی قرمز دارد، انتخاب، و آن را قرمز می‌کند. به طور مشابه، پارمیس هم در هر نوبت خود، یک رأس بدون رنگ را که حداقل یک همسایه‌ی آبی دارد، انتخاب، و آن را آبی می‌کند. هر کسی که نتواند رأس جدیدی را رنگ‌آمیزی کند، بازی را می‌بازد. دو رأس را همسایه می‌نامیم اگر بین‌شان یالی وجود داشته باشد.

با توجه به توضیحات بالا به ۲ سوال زیر پاسخ دهید

در این سوال، بازی روی گراف زیر انجام می‌شود. قبل از شروع بازی، ابتدا دو رأس متفاوت قرمز و آبی می‌شوند و سپس بازی آغاز می‌گردد. در چند مورد از وضعیت‌های شروع بازی، آرین می‌تواند طوری بازی کند که مستقل از نحوه‌ی بازی پارمیس، همواره برنده‌ی بازی باشد؟ دو وضعیت شروع بازی را متفاوت می‌دانیم اگر رنگ حداقل یک رأس در این دو وضعیت متفاوت باشد.



۱۴۰ (۵)

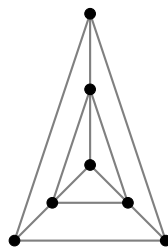
۱۳۳ (۴)

۱۰۵ (۳)

۱۷۵ (۲)

۱۵۴ (۱)

در این سوال، بازی روی گراف زیر انجام می‌شود. این بار قبل از شروع بازی، ابتدا آرین یک رأس را انتخاب، و آن را قرمز می‌کند، و بعد از آن، پارمیس به انتخاب خودش، یک رأس دیگر را آبی می‌کند، و سپس بازی شروع می‌شود. تعداد رأس‌هایی را بیابید که آرین اگر قبل از شروع بازی، یکی از آن‌ها را انتخاب کرده باشد، مستقل از نحوه‌ی بازی پارمیس یا رأسی که پارمیس قبل از شروع بازی انتخاب می‌کند، بتواند همواره برنده‌ی بازی باشد.



۴ (۵)

۳ (۴)

۷ (۳)

۱ (۲)

۶ (۱)





جمهوری اسلامی ایران  
وزارت آموزش و پرورش



مبارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست و جو و کشف واقعیت هاست. «لام خمینی (ره)»

اینجانب ..... (شرکت کننده) این دفترچه را به صورت کامل (۱۱ برگه با احتساب جلد) دریافت نمودم امضاء

اینجانب ..... (منشی حوزه) تعداد ..... برگه (با احتساب جلد) دریافت نمودم امضاء

## دفترچه سوالات سی و سومین دوره المپیاد کامپیوتر - روز دوم

تاریخ: ۱۳/۰۲/۱۴۰۲ - ساعت: ۸:۰۰: مدت: ۳۰۰ دقیقه



شماره سندلی

.....

### تایید کمیته علمی

شماره پرونده: .....

کد ملی: .....

نام پدر: .....

نام مدرسه: .....



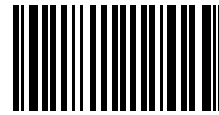
حوزه: .....

### توضیحات مهم

- این پاسخ نامه به صورت نیمه کامپیوتری تصحیح می شود، بنابراین از مجاله و کثیف کردن آن جداً خودداری نمایید.
- مشخصات خود را با اطلاعات بالای هر صفحه تطبیق دهید. در صورتی که حتی یکی از صفحات پاسخ نامه با مشخصات شما هم خوانی ندارد، بلافاصله مراقبین را مطلع نمایید.
- پاسخ هر سوال را در محل تعیین شده خود بنویسید. چنانچه همه یا قسمتی از جواب سوال را در محل پاسخ سوال دیگری بنویسید، به شما نمره ای تعلق نمی گیرد.
- با توجه به این که برگه های پاسخ نامه به نام شما صادر شده است، امکان ارائه هیچ گونه برگه اضافه وجود نخواهد داشت. لذا توصیه می شود ابتدا سوالات را در برگه چرک نویسی، حل کرده و آن گاه در پاسخ نامه پاک نویس نمایید.
- عملیات تصحیح توسط مصححین، پس از قطع سربرگ، به صورت ناشناس انجام خواهد شد. لذا از درج هر گونه نوشته یا علامت مشخصه که نشان دهنده صاحب برگه باشد، خودداری نمایید، در غیر این صورت تقلب محسوب شده و در هر مرحله ای که باشید از ادامه حضور در المپیاد محروم خواهید شد.
- از مخدوش کردن صفحه ها و بارکدها خودداری کنید، در غیر این صورت برگه شما تصحیح نخواهد شد.
- همراه داشتن هر گونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی نظیر تلفن همراه، ساعت هوشمند، دستبند هوشمند و لپ تاب ممنوع است همراه داشتن این قبیل وسایل حتی اگر از آن استفاده نکنید یا خاموش باشد تقلب محسوب خواهد شد.
- سوالات ترتیب خاصی ندارند و لزوماً از ساده به سخت نیستند. شخصیت و داستان سوالات ربطی به حل سوالات ندارند و صرفاً جنبه طنز دارند.
- شرکت کنندگان در دوره تابستانی از بین دانش آموزان پایه دهم و یازدهم انتخاب می شوند.
- تصحیح برگه آزمون روز دوم، مشروط به کسب حد نصاب مورد نظر کمیته علمی در آزمون تستی روز اول مرحله دوم دارد.
- دفترچه سوال به همراه دفترچه پاسخ نامه باید به مسئول مربوطه تحویل شود.



نام : ---  
 نام خانوادگی : ---  
 کد ملی : ---



## سوال اول: چرخش ..... ۱۸ نمره

عمل چرخش روی جایگشت  $P = \langle P_1, P_2, \dots, P_{1402} \rangle$  از اعداد ۱ تا ۱۴۰۲ به این صورت تعریف می‌شود که عدد طبیعی  $i$  را انتخاب می‌کنیم (که  $1 \leq i \leq 1402$ ) و جایگشت  $P$  را از جایگاه  $i$  ام می‌شکنیم تا دو زیرجایگشت  $A = \langle P_1, P_2, \dots, P_i \rangle$  و  $B = \langle P_{i+1}, P_{i+2}, \dots, P_{1402} \rangle$  ایجاد شوند؛ سپس جایگشت  $P$  را با یکی از جایگشت‌های زیر جایگزین می‌کنیم:

$$\begin{aligned} B.A &= \langle P_{i+1}, P_{i+2}, \dots, P_{1402}, P_1, P_2, \dots, P_i \rangle \bullet \\ A.\bar{B} &= \langle P_1, P_2, \dots, P_i, P_{1402}, P_{1401}, \dots, P_{i+1} \rangle \bullet \\ \bar{A}.B &= \langle P_i, P_{i-1}, \dots, P_1, P_{i+1}, P_{i+2}, \dots, P_{1402} \rangle \bullet \end{aligned}$$

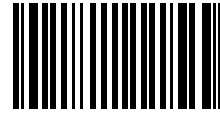
جایگشت آغازینی از اعداد ۱ تا ۱۴۰۲ داده شده است. هدف، منظم کردن جایگشت است؛ به این معنی که با استفاده از تعدادی عمل چرخش به یکی از جایگشت‌های  $\langle 1, 2, \dots, 1402 \rangle$  یا  $\langle 1, 1401, 1402 \rangle$  برسیم.

الف) نشان دهید هر جایگشت آغازینی را می‌توان با حداکثر ۲۸۰۰ بار استفاده از عمل چرخش، منظم کرد (۹ نمره).

ب) نشان دهید جایگشت آغازینی وجود دارد که نمی‌توان آن را با حداکثر ۱۴۰۰ بار استفاده از عمل چرخش، منظم کرد (۹ نمره).



نام : ---  
 نام خانوادگی : ---  
 کد ملی : ---



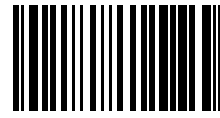
## سوال دوم: دستگاه درختیاب ..... ۱۸ نمره

درختی ۱۴۰۲ رأسی با مجموعه رأس‌های  $\{v_1, v_2, \dots, v_{1402}\}$  داریم که از یال‌های آن اطلاع نداریم. دستگاهی داریم که به کمک آن می‌خواهیم یال‌های درخت را بفهمیم. در هر مرحله، می‌توانیم دو رأس دل‌خواه  $v_i$  و  $v_j$  را به عنوان ورودی به دستگاه بدهیم و به ازای هر یک از این دو رأس ورودی، مطلع شویم کدام رأس‌های درخت می‌توانند به آن رأس برسند، بدون این که نیاز باشد از رأس دیگر ورودی عبور کنند. برای مثال، فرض کنید درخت، یک مسیر ۱۴۰۲ رأسی باشد که به ازای هر  $k$  (برای  $1 \leq k \leq 1401$ ) رأس‌های  $v_k$  و  $v_{k+1}$  به هم یال داشته باشند؛ در این صورت، اگر رأس‌های  $v_3$  و  $v_7$  را به عنوان ورودی به دستگاه بدهیم، دستگاه اعلام می‌کند مجموعه رأس‌های  $\{v_1, v_2, \dots, v_6\}$  می‌توانند بدون عبور از  $v_7$ ، به  $v_3$  برسند و همچنین، مجموعه رأس‌های  $\{v_4, v_5, \dots, v_{1402}\}$  می‌توانند بدون عبور از  $v_3$ ، به  $v_7$  برسند.

نشان دهید کمینه‌ی تعداد مراحل مورد نیاز برای تشخیص کامل یال‌های درخت ۱۴۰۰ است. برای اثبات این موضوع، ابتدا باید روشی ارائه دهید که بتواند یال‌های هر درختی را با حداکثر ۱۴۰۰ مرحله به طور کامل تشخیص دهد و درستی روش خود را نیز ثابت کنید؛ سپس باید نشان دهید روشی وجود ندارد که بتواند یال‌های هر درختی را با کمتر از ۱۴۰۰ مرحله به طور کامل تشخیص دهد.



نام : ---  
 نام خانوادگی : ---  
 کد ملی : ---



## سوال سوم: ستاره‌بازی ..... ۲۲ نمره

به گراف ساده‌ای که دور نداشته باشد، **جنگل** می‌گوییم. همچنین گراف **ستاره**، درختی است که در آن، یک رأس به همه‌ی رأس‌های دیگر یال داشته باشد.

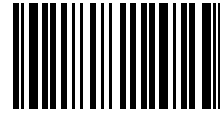
برای هر عدد طبیعی  $n$ ، مقدار  $f(n)$  را کمترین عدد طبیعی  $x$  ای تعریف می‌کنیم که بتوان یال‌های گراف کامل  $n$  رأسی را به  $x$  جنگل افراز کرد، طوری که هر کدام از این جنگل‌ها، اجتماع تعدادی ستاره باشند. برای مثال  $f(6) = 4$  است. مقدار  $f(1402)$  را بیابید.

برای حل این سوال:

- ابتدا باید مقدار  $f(1402)$  را ارائه کنید. (۲ نمره)
- سپس اگر پاسخ شما برابر  $x$  است، باید نشان دهید که می‌توان یال‌های گراف کامل  $1402$  رأسی را به  $x$  جنگل با شرایط گفته شده افراز کرد. (۱۲ نمره، در صورت درستی  $x$  و درستی روش ارائه شده)
- در انتها اگر پاسخ شما برابر  $x$  است، باید نشان دهید که نمی‌توان یال‌های گراف کامل  $1402$  رأسی را به  $x - 1$  جنگل با شرایط گفته شده افراز کرد. (۸ نمره، در صورت درستی  $x$  و درستی اثبات ارائه شده)

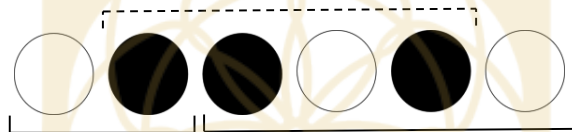


نام : ---  
 نام خانوادگی : ---  
 کد ملی : ---



## سوال چهارم: توپ‌های سیاه و سفید ..... ۲۲ نمره

به چیدن  $n$  توپ سفید و  $n$  توپ سیاه در یک ردیف، چینش می‌گوییم. یک زیردنباله‌ی متوالی ناتهی از توپ‌ها در یک چینش را زیررشته می‌نامیم. یک زیررشته متوازن است اگر تعداد توپ‌های سفید و سیاه در آن برابر باشد. ارزش یک چینش را برابر با تعداد اعضای مجموعه‌ی طول‌های زیررشته‌های متوازن آن تعریف می‌کنیم. برای مثال، فرض کنید  $n = 3$  و رنگ توپ‌ها در چینش، مطابق شکل زیر باشد. در این چینش، زیررشته‌ی تشکیل شده از چهار توپ ابتدایی (از راست به چپ) و زیررشته‌ی تشکیل شده از دو توپ انتهایی، دو نمونه از زیررشته‌های متوازن هستند. در مقابل، زیررشته‌ی تشکیل شده از چهار توپ وسط (همه‌ی توپ‌ها به جز توپ ابتدایی و توپ انتهایی) متوازن نیست. پس مجموعه‌ی طول‌های زیررشته‌های متوازن در این چینش  $\{2, 4, 6\}$  است و در نتیجه، ارزش این چینش ۳ می‌شود.



الف) برای  $n = 1402$ ، نشان دهید چینشی وجود دارد که ارزش آن از  $702$  بیشتر نیست. (۸ نمره)

ب) برای  $n = 1402$ ، ثابت کنید ارزش هر چینشی حداقل  $702$  است. (۱۴ نمره)  
 نکته: اگر ثابت کنید ارزش هر چینش حداقل  $38$  است، ۶ نمره از بخش (ب) را دریافت می‌کنید.

مرکز دهم الیاد کاسپور  
۱۴۰۲، ۲، ۳

غلط:

صحیح:

لطفاً گزینه را به صورت کامل و فقط با مناد مشکلی نرم پر کنید.

۱	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۲	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
۳	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
۴	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۵	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
۶	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۷	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۸	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۹	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۱۰	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

۲۱	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۲۲	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۲۳	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۲۴	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۲۵	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۲۶	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۲۷	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۲۸	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۲۹	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۳۰	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

۴۱	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۴۲	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۴۳	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۴۴	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۴۵	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۴۶	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۴۷	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۴۸	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۴۹	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۵۰	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

۶۱	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۶۲	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۶۳	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۶۴	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۶۵	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۶۶	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۶۷	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۶۸	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۶۹	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۷۰	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

۱۱	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
۱۲	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۱۳	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
۱۴	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۱۵	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۱۶	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
۱۷	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۱۸	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۱۹	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
۲۰	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>

۳۱	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۳۲	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۳۳	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۳۴	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۳۵	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۳۶	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۳۷	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۳۸	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۳۹	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۴۰	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

۵۱	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۵۲	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۵۳	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۵۴	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۵۵	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۵۶	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۵۷	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۵۸	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۵۹	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۶۰	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

۷۱	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۷۲	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۷۳	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۷۴	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۷۵	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۷۶	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۷۷	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۷۸	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۷۹	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۸۰	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

محل امضا

نام خانوادگی: \_\_\_\_\_ فرزند: \_\_\_\_\_ با کد ملی: \_\_\_\_\_

صحت اطلاعات مندرج در پاسخ برگ را با مشخصات خود ناپدید می‌نمایم.