به نام خداوند بخشنده مهربان

جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
مرکز ملی پرورش استعدادهای درخشان و دانش‌پژوهان جوان

مبارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست و جو و کشف واقعیت‌هاست. «امام خمینی (ره)»

معاونت دانش‌پژوهان جوان

مرحله دوم المپیاد فیزیک
تاریخ: ۹۱/۲/۱۴ - مدت: ۲۱۰ دقیقه

تایید کمیته علمی

نام پدر: --
کد ملی: ۱۲۳۴۵۶۷۸۹۰
نام مدرسه: --
پایه تحصیلی: نامشخص

استان: --
منطقه: --
حوزه: --
رشته تحصیلی: --

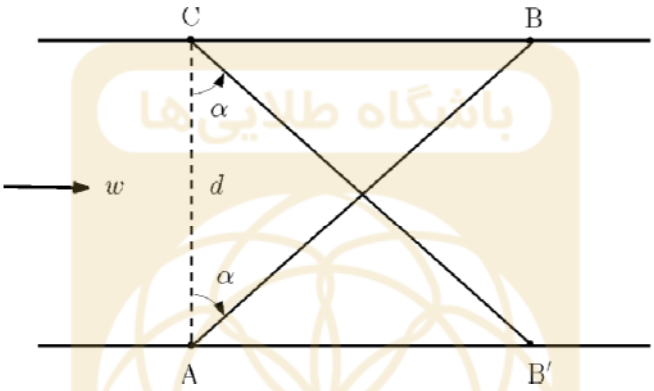
شماره صندلی
۱

توضیحات مهم

۱. این پاسخنامه به صورت نیمه کامپیوتری تصحیح می شود. بنابراین از مچاله و کثیف کردن آن خودداری نمایید.
۲. مشخصات خود را با اطلاعات بالای هر صفحه تطبیق دهید. در صورتی که حتی یکی از صفحات پاسخنامه با مشخصات شما همخوانی ندارد، مراقبین را مطلع نمایید.
۳. پاسخ هر سوال را در محل تعیین شده خود بنویسید. چنانچه همه یا قسمتی از جواب سوال را در محل پاسخ سوال دیگری بنویسید، به شما نمره ای تعلق نمی گیرد.
۴. با توجه به آنکه برگه‌های پاسخنامه به نام صادر شده است، امکان ارائه هیچگونه برگه اضافه وجود نخواهد داشت. لذا توصیه می شود اول سوالات را در برگه چرک نویس ضمیمه، حل کرده و آنگاه نتایج را در پاسخ نامه وارد کنید.
۵. عملیات تصحیح توسط مصححین پس از قطع سربرگ به صورت ناشناس انجام خواهد شد. لذا از درج هر گونه نوشته یا علامت مشخصه که نشان دهنده صاحب برگه باشد، خودداری نمایید. در غیر این صورت تقلب محسوب شده و در هر مرحله‌ای که باشید از ادامه حضور در المپیاد محروم خواهید شد.
۶. برای نوشتن در پاسخنامه حتماً از مداد پر رنگ مشکی، استفاده نمایید. (به هیچ وجه از مداد اتود و خودکار قرمز استفاده نکنید)
۷. از مخدوش کردن دایره‌ها در چهارگوشه‌ی صفحه و بارکدها خودداری کنید، در غیر این صورت برگه شما تصحیح نخواهد شد.
۸. همراه داشتن ماشین حساب و تلفن همراه مجاز نیست. در صورت داشتن این موارد، در اسرع وقت مسوول جلسه را مطلع کنید تا آن را تحویل بگیرد. در غیر این صورت حتی اگر خاموش بوده یا از آنها استفاده نکنید، تقلب محسوب خواهد شد.

۱ – (۱۵ نمره)

تندی جریان آب در رودخانه‌ای به عرض d برابر مقدار ثابت w است. شخصی می‌خواهد با ترکیبی از دو مسیر مستقیم، که یکی مسیری است که با قایق روی آب طی می‌کند و دیگری مسیری است که با دویدن در ساحل رودخانه طی می‌کند، از نقطه‌ی A به نقطه‌ی C برود و دوباره به نقطه‌ی A برگردد. این شخص قادر است روی آب ساکن قایق را با تندی ثابت v براند $(v>w)$ و در ساحل با تندی ثابت u بدود.



اگر این شخص مسیر A→B→C را برای رفت و مسیر C→B→A را برای بازگشت انتخاب کند:

آ) مدت زمان لازم برای رفتن از A به B بر حسب d، v، w و α چقدر است؟

ب) مدت زمان لازم برای برگشت از B به A بر حسب d، v، w و α چقدر است؟

پ) مدت زمان لازم برای حرکت از نقطه‌ی A و برگشت به آن چقدر است؟

ت) به ازای چه مقداری از α مدت زمان رفت و برگشت کمینه می‌شود؟

اگر این شخص مسیر A→B→C را برای رفت و مسیر C→B′→A را برای بازگشت انتخاب کند

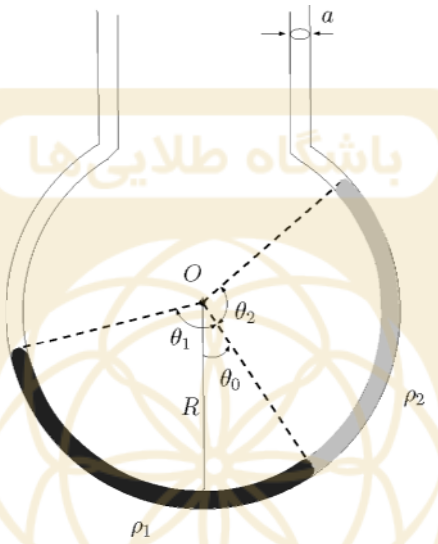
ث) مدت زمان لازم برای حرکت از نقطه‌ی A و برگشت به آن چقدر است؟

ج) به ازای چه مقداری از α مدت زمان رفت و برگشت کمینه می‌شود؟ برای وجود این کمینه چه رابطه‌ای بین تندی ها باید وجود داشته باشد؟

چ) زمان کمینه چقدر است؟

۲ – (۱۵ نمره)

دو مایع مخلوط نشدنی و غیرچسبنده با جرم‌های حجمی ρ_1 و ρ_2 مطابق شکل در لوله‌ای به شعاع R و سطح مقطع کوچک a ریخته شده‌اند. دو سر لوله باز و فشار هوا P_0 است. مقدار دو مایع با زاویه‌های θ_1 و θ_2 مشخص شده است.



آ) در حالت تعادل (وقتی مایع ساکن است) زاویه‌ی θ_0 را بر حسب پارامترهای داده شده بدست آورید.

ب) فشار در محل تماس دو مایع با یکدیگر چقدر است؟

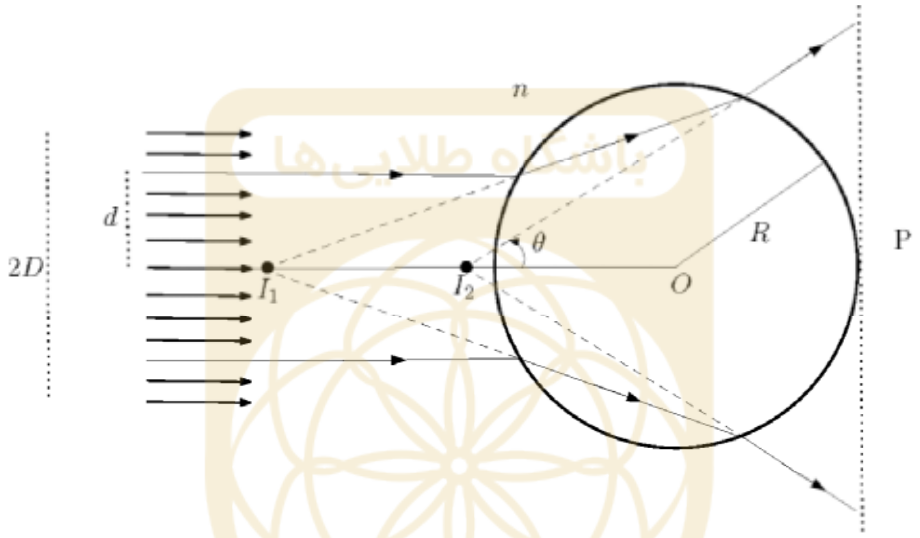
از یک طرف لوله مایع را از حالت تعادل θ_0 به مقدار بسیار جزئی منحرف و رها می‌کنیم.

پ) در وضعیتی که انحراف از حالت تعادل $\Delta\theta$ است ($\Delta\theta << 1\ rad$) نیروی باز گرداننده در امتداد مماس بر لوله را تا مرتبه‌ی اول $\Delta\theta$ محاسبه کنید.

ت) زمان تناوب نوسان مایع داخل لوله را بدست آورید.

۳ – (۱۵ نمره)

یک حباب هوای کروی شکل به شعاع R و ضریب شکست 1 در یک محیط شفاف به ضریب شکست n در نظر بگیرید. یک دسته پرتو نور موازی به شدت I که مقطع آن دایره‌ای به قطر $2D$ است $(D < R/n)$ مطابق شکل به حباب می‌تابد.



آ) یک پرتو نور از این دسته را در نظر بگیرید که به فاصله‌ی d از محور تقارن دسته پرتو به حباب می‌تابد و پس از عبور از حباب وارد محیط با ضریب شکست n می‌شود. اگر زاویه‌ی انحراف نسبت به پرتو تابیده θ باشد، $\sin\theta$ برحسب d، R و n چقدر است؟

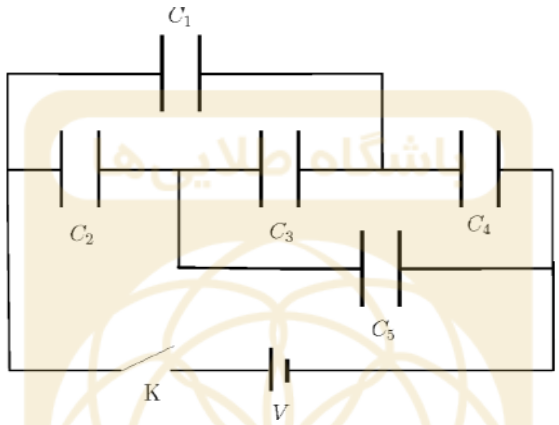
ب) اگر I_1 و I_2 تصویرهایی باشند که پرتو مذکور در قسمت (آ) هنگام عبور از سطح سمت چپی و سطح سمت راستی حباب تشکیل می‌دهند، فاصله‌ی OI_1 و OI_2 را بر حسب d، R و n بدست آورید.

پ) با توجه به این که هر کدام از پرتوهای تابیده و عبور کننده از حباب تصاویری همانند I_1 و I_2 روی محور تقارن (محور افقی گذرنده از O) تشکیل می‌دهند، طول بازه‌ای را محاسبه کنید که تصاویر I_1 و I_2 تمام پرتوهای موجود در دسته ورودی، روی محور تقارن تشکیل می‌دهند.

ت) با صرفنظر از بازتاب پرتوهای فرودی روی سطوح حباب شدت متوسط نور خروجی از حباب را روی سطح فرضی P (که عمود بر دسته پرتو فرودی است) حساب کنید.

۴ – (۱۰ نمره)

پنج خازن به ظرفیت‌های C_1، C_2، C_3، C_4 و C_5 که قبل از بسته شدن کلید K بدون بار الکتریکی هستند در مداری مطابق شکل به همراه یک باتری قرار گرفته‌اند که اختلاف پتانسیل V را به دو سر مجموعه اعمال میکند. خازن‌ها را ایده‌آل در نظر بگیرید.



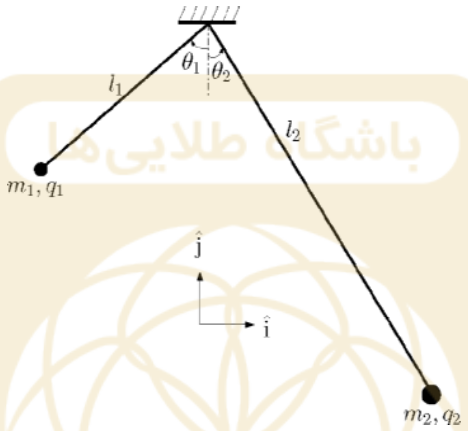
آ) پس از بسته شدن کلید K و شارژ خازن‌ها و قطع شدن جریان مدار، بار الکتریکی خازن‌های C_1، C_2 و C_3 را بر حسب V و ظرفیت خازن ها بدست آورید.

ب) ظرفیت خازن معادل مدار را حساب کنید.

پ) چه شرطی بین ظرفیت خازن‌ها وجود داشته باشد تا پس از شارژ خازن‌ها و قطع شدن جریان مدار، بار الکتریکی روی خازن C_3 صفر شود.

۵ – (۱۵ نمره)

دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 که به ترتیب دارای جرمهای m_1 و m_2 هستند به دو انتهای نخهایی به طول l_1 و l_2 وصل شده‌اند. سرِ دیگر نخها به یک نقطه‌ی ثابت مطابق شکل زیر بسته شده‌اند به طوری که دو بار در اثر نیروهای وارد بر آنها در یک صفحه در حال تعادل میباشند. از جرم نخها صرف‌نظر کنید.



آ) شرط تعادل نیروها را در دو راستای $\hat{i}$ و $\hat{j}$ بر حسب پارامترهای داده شده و نیز پارامترهای کمکی θ_1 و θ_2 بنویسید.

ب) نسبت $\sin(\theta_1) / \sin(\theta_2)$ را بر حسب پارامترهای داده‌شده بدست آورید.

پ) نیروی کشش نخها را بر حسب وزن بارها و θ_1 و θ_2 بدست آورید.

ت) برای محاسبه‌ی پارامترهای کمکی θ_1 و θ_2 علاوه بر رابطه‌ای که در قسمت (ب) بدست می‌آید به رابطه‌ی دیگری بین θ_1 و θ_2 نیاز است. اگر x را به صورت $x = \cos(\theta_1 + \theta_2)$ تعریف کنیم، x جواب معادله‌ی

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$$

است. ضرایب a، b و c را بر حسب پارامترهای داده شده بدست آورید.

۶ – (۱۵ نمره)

حلقه‌ای رسانا به جرم m، شعاع a و مقاومت الکتریکی R روی سطح افقی میزی قرار دارد. آهنربایی را در فاصله‌ی z $(z>>a)$ بالای حلقه و روی محور آن در نظر بگیرید. با توجه به بزرگ بودن فاصله‌ی آهنربا از حلقه نسبت به ابعاد حلقه، می‌توانیم میدان مغناطیسی درون حلقه را عمود بر سطح آن در نظر بگیریم. با توجه به اینکه میدان مغناطیسی آهنربا در یک نقطه تابعی از فاصله‌ی آهنربا از آن نقطه است، مقدار آن‌را $f(z)$و جهت آن‌را رو به بالا در نظر بگیرید.

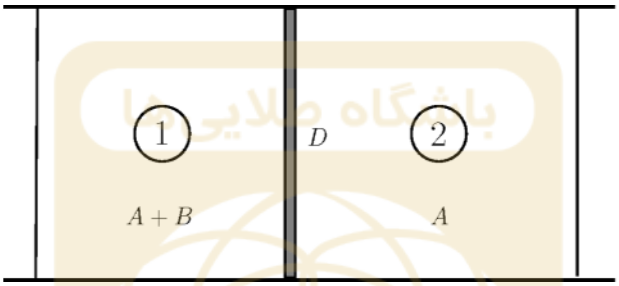
آ) اگر آهنربا را با سرعت v به سمت بالا حرکت دهیم، مقدار و جهت جریان القایی در حلقه را بدست آورید. (جهت مثبت جریان، جهتی است که در آن میدان مغناطیسی ایجاد شده توسط آن رو به بالاست.) از میدان مغناطیسی حلقه نسبت به میدان مغناطیسی آهنربا صرف‌نظر کنید.

ب) با محاسبه‌ی توان اتلافی در این سیستم، اندازه و جهت نیروی وارد بر حلقه ناشی از حرکت آهنربا را بدست آورید.

پ) با توجه به اینکه شتاب جاذبه روی سطح زمین (و روی میز) g است، حداقل اندازه سرعتی که باید آهنربا در فاصله‌ی z داشته باشد تا حلقه از روی میز بلند شود چقدر است؟ جهت سرعت باید به کدام سمت (پایین یعنی $v<0$ یا بالا یعنی $v>0$)باشد؟

۷ – (۱۵ نمره)

دستگاهی متشکل از دو ناحیه‌ی 1 و 2 توسط غشای نیمه‌تراوای D از هم جدا شده‌اند. ناحیه‌ی 1 حاوی ماده‌ی A و ماده‌ی B و ناحیه‌ی 2 فقط حاوی ماده‌ی A است. غشای نیمه‌تراوا اجازه‌ی عبور ماده‌ی A از ناحیه‌ی 1 به 2 و برعکس (از ناحیه‌ی 2 به 1) را می‌دهد ولی اجازه‌ی عبور ماده‌ی B از ناحیه‌ی 1 به 2 را نمی‌دهد. دمای دو ناحیه را مقدار ثابت T و ماده‌ی B را گاز کامل فرض کنید.



آ) اختلاف فشار ناحیه‌ی 1 و 2 را بر حسب غلظت مولی ماده‌ی B (تعداد مول‌های ماده‌ی B بر واحد حجم)، n_B، بدست آورید. (به این اختلاف فشار، فشار اسمزی میگویند.)

ب) می توان با کاهش حجم ناحیه‌ی 1 و افزایش حجم ناحیه‌ی 2 به اندازه‌ی ΔV ماده A را از ناحیه‌ی 1 به 2 منتقل کرد. با فرض اینکه ΔV بسیار کوچک است به طوری که بتوان غلظت‌ها را در طول این فرایند ثابت فرض کرد کار لازم برای این عملیات چقدر است؟ (به این عملیات، اسمز معکوس گفته می شود.)

پ) اساس کار آب شیرین‌کن استفاده از اثر اسمز معکوس است. ماده‌ی A آب و ماده‌ی B نمک طعام است. یک مول نمک طعام با جرم مولی $58\ g/mol$ وقتی در آب حل میشود تبدیل به یک مول یون کلر و یک مول یون سدیم می‌گردد، که برای سادگی آنها را گاز کامل فرض می‌کنیم. اگر چگالی نمک طعام محلول در آب شور ناحیه‌ی 1 حدود $40\ g/Lit$ (مثلاً چگالی نمک آب خلیج فارس و فقط آن را حاوی نمک طعام در نظر بگیریم) و نیز اگر بازده دستگاه آب شیرین‌کن (برای تبدیل برق به کار) 70% و دمای آب 27°C باشد برای تولید یک مترمکعب آب شیرین چند کیلووات‌ساعت برق مصرف می‌شود؟

ثابت جهانی گازها $R = 8.3\ J/mol.K$ و عدد آووگادرو $N_A=6.02\cdot 10^{23}$ است.